

Krzysztof Knap klasa Va

Zad. 1

Zadanie 1

Na trzech talerzach znajduje się łącznie 26 jabłek.
Na drugim talerzu jest 8 jabłek, a na pierwszym i
drugim talerzu o 4 jabłka więcej niż na drugim i trzecim.
Ile jabłek jest na każdym talerzu?

x - talerz pierwszy
y - talerz drugi
z - talerz trzeci

$$\begin{cases} x + y = z + y + 4 \\ x + y + z = 26 \\ y = 8 \end{cases}$$

$$x + 8 = z + 12 \quad | -8$$

$$x = z + 4$$

$$2z + 4 + 8 = 26 \quad | -12$$

$$2z = 14 \quad | :2$$

$$z = 7$$

$$x = 7 + 4$$

$$x = 11$$

25 pkt ~~20~~

SUPER
PRACA!



Verte

Sprawdzenie: $x + y + z = 11 + 8 + 7 = 26$

Odp. Na pierwszym talerzu jest 11 jabłek, na drugim 8 a na trzecim 7.

5 4/5

Zadanie 2

Suma dwóch liczb jest równa 34845. Jedna z tych liczb kończy się dwoma zerami. Jeśli skreślimy te zera, to otrzymamy drugą liczbę. Jakie to liczby? Uzasadnij odpowiedź.

x, y - liczby naturalne

$$\begin{cases} x + y = 34845 \\ \frac{x}{100} = y \end{cases}$$

$$\frac{x}{100} = y \quad | \cdot 100$$

$$x = 100y$$

$$101y = 34845 \quad | : 101$$

$$y = \frac{34845}{101}$$

$$y = 345$$

$$x = 345 \cdot 100$$

$$x = 34500$$

$$\begin{array}{r} 345 \\ \hline 34845 : 101 \\ - 303 \\ \hline 0454 \\ - 404 \\ \hline 0505 \\ - 505 \\ \hline \dots \end{array}$$

5 p/5

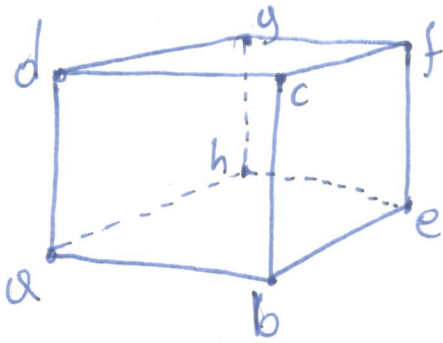


Odp. Warunki zadania spełniają liczby 345; 34500.

Zad. 3

Zadanie 3

Liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 umieść w wierzchołkach sześcianu w ten sposób, aby suma liczb na każdej ścianie była taka sama.



$$\begin{aligned}
 & \bullet a + b + c + d = b + c + e + f \\
 & \bullet b + c + e + f = e + f + g + h \\
 & \bullet e + f + g + h = g + h + a + d \\
 & \bullet a + b + c + d = c + d + g + f \\
 & \bullet a + b + c + d = a + b + e + h \\
 & a + b + c + d + e + f + g + h = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \\
 & \bullet a + b + c + d + e + f + g + h = 36
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned}
 a + d &= e + f \\
 b + c &= g + h \\
 e + f &= a + d \\
 a + b &= g + h \\
 c + d &= e + f
 \end{aligned} \right. \\
 & a + b + c + d + e + f + g + h = 36
 \end{aligned}$$

$$b + c + 2e + 2f + g + h = 36$$

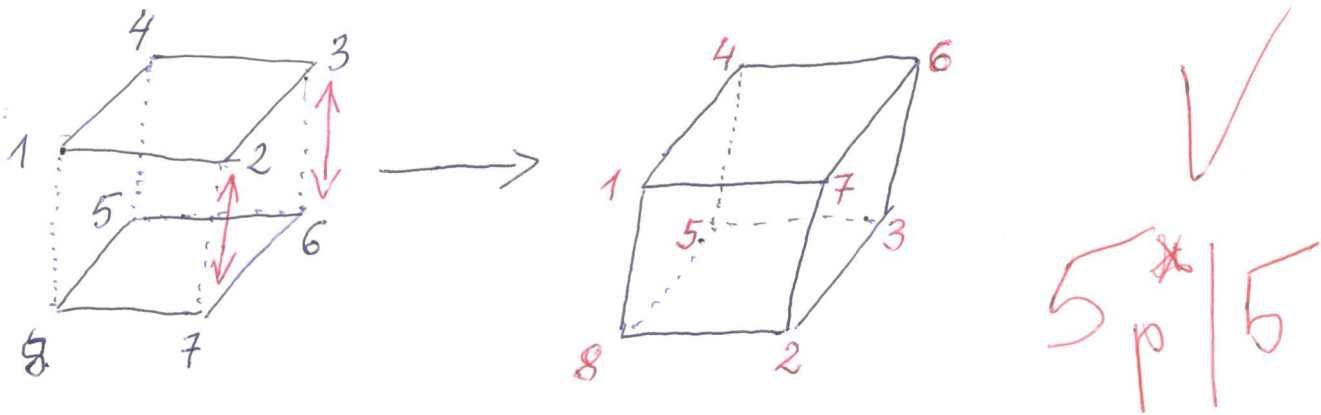
$$2g + 2h + 2e + 2f = 36$$

$$2 \cdot (g + h + e + f) = 36$$

Verte \rightarrow

$$e + f + g + h = 18$$

Suma wierzchołków na każdej ze ścian wynosi 18.



Poszukując możliwego rozwiązania założyłem, że suma każdej z pionowych krawędzi sześcianu mogłaby wynosić 9. W ten sposób suma wierzchołków każdej ściany pionowej wynosiłaby istotnie 18. Zbudowałem zatem 4 krawędzie przyporządkowując każdej z nich ~~stronę~~ parę skrajnych liczb ze zbioru $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$. Następnie zamieniłem niektóre wierzchołki (patrz rysunek powyżej) uzyskując rozwiązanie spełniające warunki zadania. Nie mam wszak pewności czy jest to jedyne możliwe rozwiązanie.

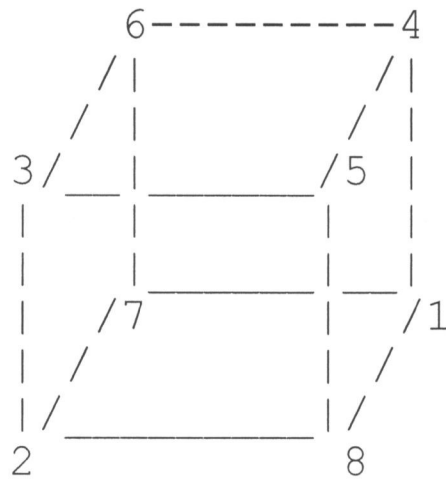
Uwaga staty: poszukując alternatywnych rozwiązań zaprzęgniłem do pracy program komputerowy (fragment kodu w załączeniu). Komputer znalazł 72 układy liczb 1-8 spełniające warunki zadania, z tym, że są to zasadniczo warianty rozwiązania powyżej (przetworzone krawędzie o sumie 9), kostki obrócone lub odbicia lustrzane.

```
1 #!C:\Perl\bin\perl.exe
2
3 use Algorithm::Permute;
4
5 @numbers = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8);
6
7 foreach $number (@numbers)
8 {
9     if (not exists $apex{$number}) # tworzy
        unikalne zbiory 1-elementowe
10 {
11     $apex{$number}=1;
12
13     foreach $number (@numbers) # tworzy
        unikalne zbiory 2-elementowe
14 {
15         foreach $key (sort keys
            (%apex))
16         {
17             if ($apex{$key} == 1)
18             {
19                 if ($number != $key)
20                 {
21                     @table = ();
22                     push(@table, $key,
                        $number);
23                     @table = sort
                        @table;
24                     $key = join('',
                        @table);
25
26                     if (not exists
                        $apex{$key})
27                     {
28                         $apex{$key}=2;
29                     }

```

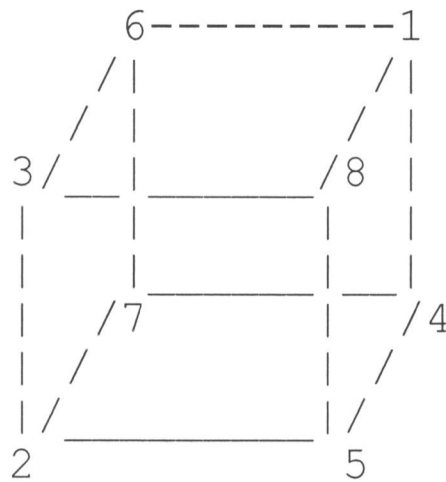
No SUPER!

1 1.

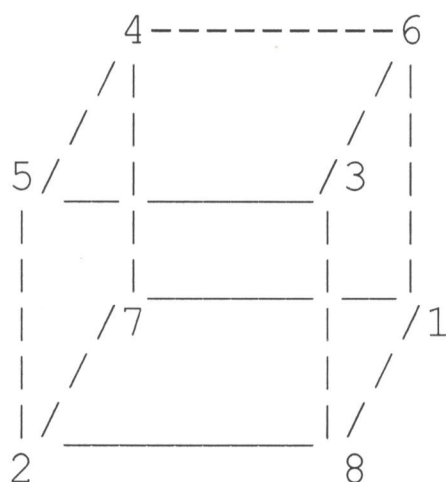


Przy pomocy programu napisanego w Perl 5 znaleziono 6 unikalnych sześcianów zbudowanych z 4 równoległych krawędzi o samej wielkości równej 9.

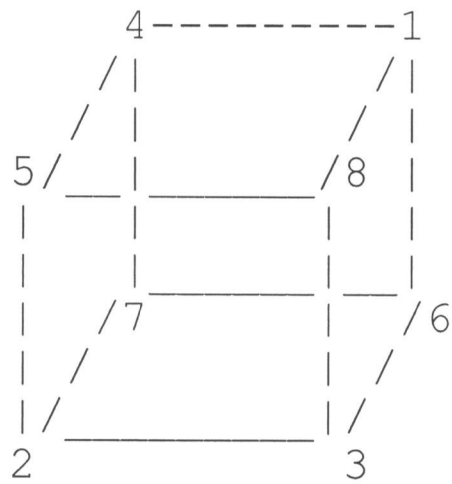
13 2.



25 3.

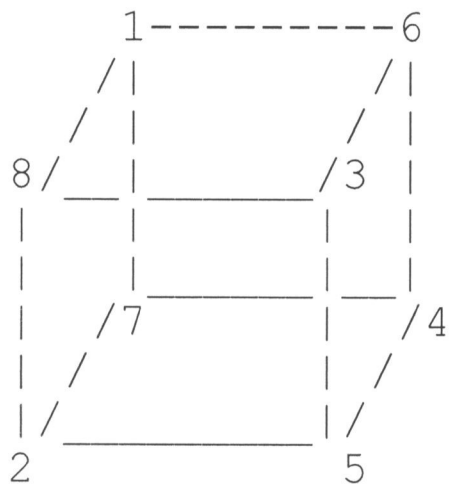


37 4.



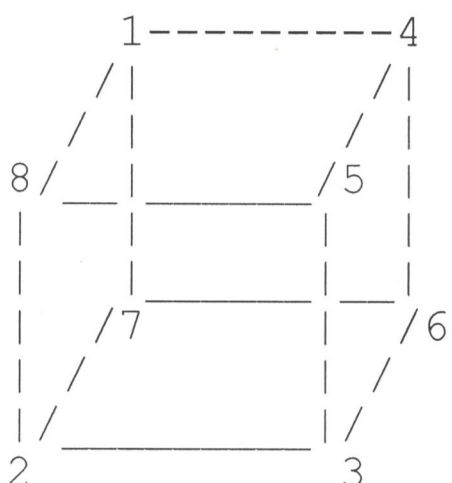
48

49 5.



60

61 6.



71

Zad. 4

Zadanie 4

Która jest godzina?—zapytał ktoś Pitagorasa.

Pozostało jeszcze z doby $\frac{2}{3}$ tego co już upłynęło—odpowiedział filozof.

Która była godzina? Odpowiedź uzasadnij.

x - czas, który upłynął od północy

$$24 - x = \frac{2}{3}x \quad | \cdot 3$$

$$72 - 3x = 2x \quad | +3x$$

$$5x = 72 \quad | :5$$

$$x = 14\frac{2}{5} \text{ godz.}$$

A więc, od północy minęło: 14 godz. i $\frac{2}{5} \cdot 60 \text{ min.}$
czyli 14 godz. i 24 min.

5 p/5

Odp. Była godzina 14:24

Przysztof Knop klasa Va

Zad. 5

Zadanie 5

Trzymetrowy sznurek rozcięto na 5 kawałków. Pierwszy kawałek ma długość półtora metra, drugi jest od niego o połowę krótszy. Trzeci i czwarty kawałek mają tę samą długość, a piąty jest o 10 cm krótszy od trzeciego. Jaka jest łączna długość wszystkich pięciu kawałków?

ŚWIETNIE!

5p/5

Odpowiedź jest zawarta w treści zadania: Łączna długość wszystkich pięciu kawałków sznurka wynosi 3 metry. ✓

Z czystej ciekawości wyliczam długości poszczególnych kawałków sznurka

a, b, c, d, e - kolejne odcinki sznurka

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 150 \text{ [cm]} \\ b = 75 \text{ [cm]} \\ c = d \\ e = c - 10 \text{ [cm]} \\ a + b + c + d + e = 300 \text{ [cm]} \end{array} \right.$$

$$150 + 75 + 2c + c - 10 = 300 \text{ [cm]}$$

$$3c = 300 - 150 - 75 + 10 \text{ [cm]}$$

$$3c = 85 \text{ [cm]}$$

Verste →

$$c = 28\frac{1}{3} [\text{cm}]$$

$$d = 28\frac{1}{3} [\text{cm}]$$

$$e = 18\frac{1}{3} [\text{cm}]$$