Krzysztof Knap klasa 6 a

Zad. 1

Zadanie 1

Ile trzycyfrowych liczb podzielnych przez 9 można ułożyć z cyfr 2, 3, 4 ?
W każdej z układanych liczb należy wykorzystać
wszystkie trzy wymienione cyfry.

Liczba 3-cyfrowych liczb złożonych z 3 różnych cyfr (2, 3, 4) przy założeniu ich niepowtarzalności odpowiada liczbie permutacji na zbiorze 3-elementowym, a więc n!, gdzie n = 3.

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

Sprawdzenie:

234, 243, 324, 342, 423, 432

Warunkiem podzielności liczby przez 9 jest podzielność sumy jej cyfr przez 9. Wszystkie powyższe liczby 3-cyfrowe są podzielne przez 9, ponieważ suma cyfr dla każdej z 6-ciu permutacji jest taka sama i wynosi 9:

$$9 : 9 = 1 \text{ r. } 0$$

Zad. 1

$234 : 9 = 26$ r. 0
$243 : 9 = 27$ r. 0
$324 : 9 = 36$ r. 0
$342 : 9 = 38$ r. 0
$423 : 9 = 47$ r. 0
$432 : 9 = 48$ r. 0

Odp. Można ułożyć 6 liczb naturalnych spełniających warunki zadania (12 z uwzględnieniem liczb ujemnych)

Krzysztof Knap klasa 6a

Zad. 2

Zadanie 2
Na stole w jednym rzędzie ułożonych jest 10 kartoników.
Na pierwszym kartoniku zapisana jest liczba 1, na drugim –liczba 2,
zaś na każdym następnym kartoniku znajduje się suma liczb z dwóch
poprzedzających go kartoników.
Jaka liczba znajduje się na dziesiątym kartoniku?

Układ liczb zapisanych na kartonikach stanowi fragment ciągu Fibonacciego, którego dwa pierwsze wyrazy są zdefiniowane jako: 0 i 1, a każdy następny jest sumą dwóch poprzednich. A więc,

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \text{ dla } n>1$$

Tak więc kolejne liczby ciągu układają się następująco:

F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	... itd.
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	
Kartonik nr		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Liczby na kartonikach zaczynają się od 1 i 2, czyli z pominięciem dwóch pierwszych wyrazów ciągu Fibonacciego, a zatem liczba na 10-tym kartoniku odpowiada 12-temu (w kolejności) wyrazowi ciągu Fibonacciego:

$$F_{11} = 89$$

Zad. 2

Odp. Na 10-tym kartoniku widnieje liczba 89.

Zachęcam do korzystania z generatora liczba Fibonacciego na mojej witrynie internetowej:

https://chesswise.defiantchris.com/cgi-bin/11_fibonacci_iterative_pl.pl

N.B. Program generatora ciągu Fibonacciego napisałem z pomocą Taty w trzech wersjach (iteracyjnej, rekurencyjnej i arytmatycznej) w języku programowania Perl 5.8.6.

Mój generator liczb Fibonacciego (adres WWW poniżej)

1
1
2
3
5
8
13
21
34
55
89

!

Ile kolejnych liczb wygenerować? 12

→ 12 - 2 = 10
Odejmując 2 pierwsze wyrazy ciągu (0,1) używamy 10 kolejnych liczb na kartonikach

Generuj iteracyjnie | Kopiuj liczby | Kod źródłowy

Algorytm iteracyjny kodowany w Perlu

Fibonacci

(https://pl.wikipedia.org/wiki/Fibonacci) Generuj **$n liczb Fibonacciego**:

```
############################################
for ($i=1; $i<=$n; $i++) # metoda iteracyjna
{
    if ($i == 1) # definiuje pierwszy element ciągu
    {
        $fib_pre_previous = 0;
        print "$fib_pre_previous\n";
    }
    elsif ($i == 2) # definiuje drugi element ciągu
    {
        $fib_previous = 1;
        print "$fib_previous\n";
    }
    else # każdy kolejny element ciągu jest sumą dwóch poprzednich
    {
        $fib_sum = $fib_previous + $fib_pre_previous;
        $fib_pre_previous = $fib_previous;
        $fib_previous = $fib_sum;
        print "$fib_sum\n";
    }
}
############################################
```

Przy pomocy **algorytmu iteracyjnego** można wygenerować ciąg maksymalnie **1477 liczb Fibonacciego** (wliczając 0), gdzie największa liczba ciągu wynosi

$1{,}3069892237634 \times 10^{308}$ WOW!!!

Warto przy tym zauważyć, że **algorytm iteracyjny** generujący ciąg Fibonacciego okazuje się **najszybszy**, **najdokładniejszy** i najbardziej **efektywny** w porównaniu z **rekurencyjnym** (/cgi-bin/12_fibonacci_recursive_pl.pl) lub **arytmetycznym** (/cgi-bin/13_fibonacci_arithmetic_pl.pl).

W moich **testach wydajności** porównywałem sprawność różnych algorytmów w procesie generowania **1475 liczb Fibonacciego** powtarzanym **milion razy** bez przerw pomiędzy cyklami. Algorytm **iteracyjny** okazał się **1,5 raza szybszy** niż **arytmetyczny**, co wykazałem porównując całkowity czas zużyty przez każdy z procesów w wielokrotnie powtarzanych cyklach.

Zapraszam zatem do gruntownego **testowania** algorytmu **iteracyjnego**!

https://chesswise.defiantchris.com/cgi-bin/11_fibonacci_iterative_pl.pl

Krzysztof Knap klasa 6a

Zad. 3

Zadanie 3
Pewien bogacz w testamencie podzielił swój majątek między żonę oraz dwóch synów w następujący sposób: żona ma otrzymać dwukrotnie większą część majątku niż młodszy syn, zaś starszy syn – dwukrotnie większą część majątku niż żona. Jaką część majątku otrzyma najmłodszy syn?

M - majątek podzielony w testamencie

x - część majątku przypadająca młodszemu synowi

$2x$ - część majątku zapisana żonie

$2 \cdot (2x) = 4x$ - część majątku zapisana starszemu synowi

$$M = x + 2x + 4x$$

$$M = 7x \quad /:7$$

$$x = \frac{1}{7}M$$

Odp. Najmłodszy syn otrzymał $\frac{1}{7}$ część majątku.

Krzysztof Knap klasa 6 a

Zad. 4

Zadanie 4

Na ile działek o polu 400 m^2 można podzielić łąkę mającą kształt kwadratu o boku długości 1 km ?

Zakładamy, że działki o powierzchni 400 m^2 mają kształt kwadratu o boku 20m.

Powierzchnia łąki $P_Ł = 1km \cdot 1km = 1km^2$

$1km = 1000m \Longrightarrow 1km^2 = 1000m \cdot 1000m$

$1km^2 = 1.000.000 m^2$

Powierzchnia działki $P_D = 400 m^2$

$P_Ł : P_D = 1.000.000 : 400$

$\frac{P_Ł}{P_D} = \frac{1000\,0\cancel{00}}{4\cancel{00}}$

$\frac{P_Ł}{P_D} = \frac{\overset{25}{\cancel{100}} \cdot 100}{\cancel{4}_1}$

$\frac{P_Ł}{P_D} = 2.500$

Zad. 4

Sprawdźmy czy kwadratowe działki wpiszą się w geometrię kwadratowej łąki

$B_Ł$ - bok kwadratu łąki

B_D - bok kwadratu działki

$$\frac{B_Ł}{B_D} = \frac{\overset{50}{\cancel{1000}}\cancel{m}}{\cancel{20}\cancel{m}}$$

$$\frac{B_Ł}{B_D} = 50$$

Dzieląc łąkę uzyskamy 50 rzędów obejmujących 50 działek.

Sprawdzenie: $50 \cdot 50 = 2500$

Odp. Łąkę można podzielić na 2500 działek. Problemem pozostaje dojazd do działek położonych z dala od brzegów łąki... (geodeta nie raczył o tym pomyśleć?!)

Krzysztof Knap klasa 6a

Zad. 5

Zadanie 5

Prostokątny fragment mapy o skali 1 : 300000 i rozmiarach 10 cm × 10 cm powiększono na ksero, otrzymując odbitkę o wymiarach 20 cm × 20 cm. Jaka jest rzeczywista odległość punktów, których obrazy na odbitce kserograficznej są oddalone o 3 cm ?

Skala oryginalnej mapy 1:300.000 oznacza, że 1 cm na mapie odpowiada 300.000 cm, tj. 3.000 m, a więc 3 km.

$$1\,cm \rightarrow 3\,km$$

Kserokopia powiększyła mapę oryginalną dwukrotnie w wymiarze liniowym, ponieważ

$$\frac{20\,cm}{10\,cm} = 2$$

A zatem, odległość 3 cm na kserokopii odpowiada dystansowi 1,5 cm na mapie oryginalnej.

Skoro $1\,cm \rightarrow 3\,km$

to $1{,}5\,cm \rightarrow 3\,km \cdot 1{,}5 = 4{,}5\,km$

Odp. Rzeczywista odległość punktów zaznaczonych na kserokopii wynosi 4,5 km.